UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)
SEPTIEMBRE 2010
MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOOCIALES II

FASE ESPECÍFICA

INSTRUCCIONES: El alumno debería elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o cálculo simbólico.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCION A

EJERCICIO 1.(Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones dependientes del parámetro real a:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot x + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 22 \\ 7a \end{pmatrix}$$

a) Discútase el sistema para los diferentes valores del parámetro a.

b) Resuélvase el sistema para el valor de a para el cual el sistema tiene infinitas soluciones.

c) Resuélvase el sistema para a=0.

SOLUCION

a) Operamos las matrices y llegamos a un sistema de ecuaciones, con ese sistema resolveremos los apartados a) b) y C).

$$\begin{pmatrix} x \\ 2x \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & -z \\ -3y & 2z \\ -4y & az \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 22 \\ 7a \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y & -z \\ 2x & -3y & +2z \\ x & -4y & +az \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 22 \\ 7a \end{pmatrix} \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 22 \\ x - 4y + az = 7a \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & -4 & a \end{pmatrix} \to |A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & -4 & a \end{vmatrix} = -3a + 2 + 8 - (3 + 2a - 8) = 15 - 5a = 0$$

$$15 = 5a \to a = 3$$

1) Para a=3.

$$\Rightarrow \left(\overline{A_1}\right)=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1\\ 2 & -3 & 2 & 22\\ 1 & -4 & 3 & 21\end{array}\right)\rightarrow\left[\begin{array}{l} |A|=\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -3 & 2\\ 1 & -4 & 3\end{vmatrix}=0\Rightarrow rg(A)\neq 3\rightarrow |A|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -3\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow rg(A)=2\\ |\overline{A}|=\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -3 & 22\\ 1 & -4 & 21\end{vmatrix}=0\Rightarrow rg(\overline{A})=0\rightarrow |\overline{A}|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -3\end{vmatrix}\neq 0\rightarrow rg(\overline{A})=2\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{c} rg(A)=rg(\overline{A})=2\\ n=3\end{array}\rightarrow Sistema.Compatible.Indeterminado\Rightarrow (S.C.I.)$$

2) Para a $\neq 3$**.**

$$\begin{array}{c} rg(A)=3\\ rg(\overline{A})=3\\ n=3\end{array}\rightarrow Sistema.Compatible.Determinado\Rightarrow (S.C.D.)$$

b) **Para a=3.** $\Rightarrow \begin{array}{c} rg(A)=rg(\overline{A})=2\\ n=3\end{array}\rightarrow Sistema.Compatible.Indeterminado\Rightarrow (S.C.I.)$

$$\Rightarrow\begin{cases} x+y-z=1\\ 2x-3y+2z=22\\ x-4y+3z=21\end{cases}\rightarrow\begin{cases} x+y-z=1\\ 2x-3y+2z=22\end{cases}\xrightarrow{x=\lambda}\begin{cases} \lambda+y-z=1\\ 2\lambda-3y+2z=22\end{cases}$$

$$\begin{cases} y-z=1-\lambda\\ -3y+2z=22-2\lambda\end{cases}\Rightarrow (A)=\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 1-\lambda\\ -3 & 2 & 22-2\lambda\end{array}\right)$$

$$y=\frac{\Delta y}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix}1-\lambda & -1\\ 22-2\lambda & 2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -1\\ -3 & 2\end{vmatrix}}=\frac{2\cdot(1-\lambda)-(-1)\cdot(22-2\lambda)}{2-3}=\frac{2-2\lambda+22-2\lambda}{-1}=\frac{24-4\lambda}{-1}=4\lambda-24$$

$$z=\frac{\Delta z}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1-\lambda\\ -3 & 22-2\lambda\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -1\\ -3 & 2\end{vmatrix}}=\frac{1\cdot(22-2\lambda)-(-3)\cdot(1-\lambda)}{2-3}=\frac{22-2\lambda+3-\lambda}{-1}=\frac{25-3\lambda}{-1}=3\lambda-25$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\lambda\\ y=4\lambda-24\\ z=3\lambda-25\end{array}\right.$$

c) Resolver el sistema para k=3. $\Rightarrow \left| \begin{array}{l} rg(A)=3 \\ rg(\overline{A})=3 \Rightarrow (S.C.D.) \\ \quad n=3 \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-3y+2z=22 \rightarrow \\ x-4y+0=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left|\overline{A}\right| = \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & 22 \\ 1 & -4 & 0 & 0 \end{array}\right| = -0+2+8-(3+0-8)=10-(-5)=15$$

Resuelvo las incógnitas:x, y, z: mediante la regla de Cramer: $x=\dfrac{|\Delta x|}{|A|}$ $y=\dfrac{|\Delta y|}{|A|}$ y $z=\dfrac{|\Delta z|}{|A|}$

$$|\Delta x| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 22 & -3 & 2 \\ 0 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 96, \quad |\Delta y| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 22 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 24, \quad |\Delta z| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 22 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 105$$

$$x=\frac{|\Delta x|}{|A|}=\frac{96}{15}=\frac{32}{15} \quad y=\frac{|\Delta y|}{|A|}=\frac{24}{15}=\frac{8}{5} \quad z=\frac{|\Delta z|}{|A|}=\frac{105}{15}=7 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{32}{5} \\ y=\frac{8}{5} \\ z=7 \end{array} \right.$$

EJERCICIO 2.(Puntuación máxima: 3 puntos)

El coste de un marco para una ventana rectangular es de 50 euros por cada metro de lado vertical y de 25 euros por cada metro de lado horizontal. Se desea construir una ventana de superficie igual a $2m^2$. Calcúlese sus dimensiones (largo y ancho) para que el marco sea lo más barato posible. Calcúlese el precio mínimo del marco de dicha ventana

SOLUCION

Si llamamos X a la longitud de la base e y a la longitud de la altura del marco.
El coste de fabricación del marco resulta:

$$P(x,y)=25\cdot 2x+50\cdot 2y=50x+100y$$

Se trata de un problema de optimización de funciones.
Si el área del marco debe ser $2m^2$, tenemos que: $Área=2=x\cdot y$

Si aplicamos un sistema de dos ecuaciones, y ponemos en la fórmula del área una incógnita respecto de la otra y sustituimos en la principal, tenemos que:

$$\begin{cases} P(x,y)=50x+100y \\ 2=xy \rightarrow y=\dfrac{2}{x} \end{cases} \rightarrow P(x)=50x+100\cdot\frac{2}{x}=50x+\frac{200}{x}$$

Teniendo la función f(x) en función de una variable x, si derivamos e igualamos a cero, hallamos los posibles candidatos a mínimo de la función.

$$P(x)=50x+\frac{200}{x} \rightarrow P^{/}(x)=0 \rightarrow P^{/}(x)=50-\frac{200}{x^2}=0 \rightarrow \frac{200}{x^2}=50 \rightarrow \frac{4}{x^2}=1$$

$$\rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm\sqrt{4}=\pm 2 \rightarrow \begin{array}{l} x_1=+2 \rightarrow POSIBLE \quad CANDIDATO \\ x_2=-2 \rightarrow NO \quad VALIDO \end{array}$$

Comprobamos que x=2 es un mínimo con la segunda derivada.(que el resultado de esa derivada sea mayor que cero).

$$P^{//}(x)=\frac{400}{x^3} \rightarrow P^{//}(2)=\frac{400}{2^3}=\frac{400}{8}>0 \rightarrow MÍNIMO$$

Calculamos las dimensiones del marco y su coste con las funciones que tenemos:

$$\begin{array}{l} x=2 \quad metros \\ y=\dfrac{2}{2}=1 \quad metro \end{array} \rightarrow P(2,1)=50\cdot 2+100\cdot 1=100+100=200€$$

EJERCICIO 3.(Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera los sucesos A, B y C de un experimento aleatorio, tales que:

$$\rightarrow P\left(\frac{A}{C}\right)\geq P\left(\frac{B}{C}\right) \qquad \rightarrow P\left(\frac{A}{\overline{C}}\right)\geq P\left(\frac{B}{\overline{C}}\right)$$

Razónese cuál de las siguientes desigualdades es siempre cierta.

a) $P(A)<P(B)$ b) $P(A)\geq P(B)$

SOLUCION

Primero aplicamos el Teorema de Bayes para las dos propuestas:

1) $\rightarrow P\left(\frac{A}{C}\right)\geq P\left(\frac{B}{C}\right)$ $\rightarrow$Teorema de Bayes$\rightarrow P\left(\frac{A\cap C}{C}\right)\geq P\left(\frac{B\cap C}{C}\right)\Rightarrow$

$$\rightarrow \frac{P(A\cap C)}{P(C)}\geq\frac{P(B\cap C)}{P(C)} \rightarrow P(A\cap C)\geq P(B\cap C)$$

2) 1)$\rightarrow P\left(\frac{A}{\overline{C}}\right)\geq P\left(\frac{B}{\overline{C}}\right)$ $\rightarrow$Teorema de Bayes$\rightarrow P\left(\frac{A\cap C}{C}\right)\geq P\left(\frac{B\cap C}{C}\right)\Rightarrow$

$$\rightarrow \frac{P(A\cap\overline{C})}{P(\overline{C})}\geq\frac{P(B\cap\overline{C})}{P(\overline{C})} \rightarrow P(A\cap\overline{C})\geq P(B\cap\overline{C})$$

Operando en varios pasos, llegamos a la siguiente conclusión:

$$\begin{array}{l} P(A\cap\overline{C})=P(A)-P(A\cap C) \\ P(B\cap\overline{C})=P(B)-P(B\cap C) \end{array} \Rightarrow P(A)-P(A\cap C)\geq P(B)-P(B\cap C)$$

$$P(A)-P(A\cap C)\geq P(B)-P(B\cap C)\rightarrow P(A)-P(B)\geq P(A\cap C)-P(B\cap C)$$

$$\begin{cases} P(A)-P(B)\geq P(A\cap C)-P(B\cap C) \\ P(A\cap C)-P(B\cap C)\geq 0 \end{cases} \rightarrow P(A)-P(B)\geq 0\rightarrow P(A)\geq P(B)$$

La opción válida es la opción b.

EJERCICIO 4.(Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 320. Se toma una muestra simple de 36 elementos.

a) Calcúlense la probabilidad de que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media de la distribución normal sea mayor o igual que 50.
b) Determínese un intervalo de confianza del 95% para la media de la distribución normal, si la media muestral e igual a 4820.

DATOS:

$\sigma = 320$, $\mu = 4820$, $n=36$ *elementos* y 95% de confianza

SOLUCION

a) Cuando nos dicen que “el valor absoluto de la diferencia” nos quieren decir que si la media poblacional se encuentra en el intervalo.

$$P(\left|\bar{x}-\mu\right|>50)\rightarrow P(-50<\bar{x}-\mu>+50)\rightarrow P(\mu-50<\bar{x}>\mu+50)\rightarrow .$$

$$N:(\mu,\sigma)\xrightarrow{n=36}N(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}})\rightarrow N(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{36}})$$

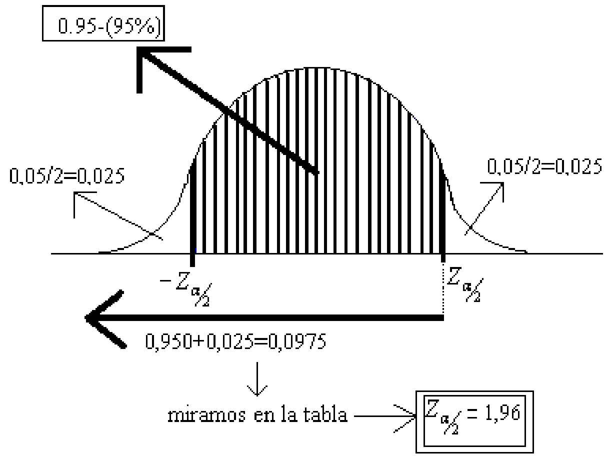
$$P\left(\frac{\mu-50-\mu}{\frac{320}{\sqrt{36}}}<\bar{x}>\frac{\mu+50+\mu}{\frac{320}{\sqrt{36}}}\right)\rightarrow P\left(\frac{-50}{53{,}3}<\bar{x}>\frac{+50}{53{,}3}\right)\rightarrow P\left(-0{,}94<\bar{x}>+0{,}94\right)\rightarrow$$

$$P(-0{,}94\geq Z\geq 0{,}94)=P(Z<-0{,}94)+P(Z>0{,}94)=$$
$$=\left(1-P(Z<0{,}94)\right)+(1-P(Z<0{,}94))=\left(1-0{,}8264\right)+(1-0{,}8264)=$$
$$=0{,}1736+0{,}1736=0{,}3472=34{,}72\%$$

b)Determina un intervalo de confianza del 95% $N\left(\mu,\sigma\right)=N\left(4820;320\right)$

$$Intervalo.de.Confianza=I.C=\left(\bar{X}\pm Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Cogemos la gráfica de la distribución de probabilidad normal estandar, N(0,1) y hallamos el $\left(Z_{\alpha/2}\right)$.



Sustituimos en la fórmula del Intervalo de Confianza:

$$\Rightarrow I.C=\left(\overline{X}\pm Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(4820\pm 1{,}96\cdot\frac{320}{\sqrt{36}}\right)=(4820\pm 104{,}53)=$$
$$=(4820-104{,}53;4820+104{,}53)=(4715{,}5;4924{,}5)$$

OPCION B

EJERCICIO 1.(Puntuación máxima: 3 puntos)

Un pintor necesita pintura para pintar como mínimo una superficie de 480m^2. Puede comprar la pintura a dos proveedores, A y B. El proveedor A le ofrece una pintura con u rendimiento de 6 m2 por kg y un precio de 1 euro por kg. La pintura del proveedor B tiene un precio de 1.2 euros por kg y un rendimiento de 8m^2 por kg. Ningún proveedor le puede suministrar más de 75 kg de pintura y el presupuesto máximo del pintor es de 120 euros. Calcúlese la cantidad de pintura que el pintor tiene que comprar a cada proveedor para obtener el mínimo coste. Calcúlese dicho coste mínimo.

SOLUCION

Donde: X son los kg de pintura comprados al proveedor A.
Y son los kg de pintura comprados al proveedor B.

Función objetivo: $F(x,y) = 1x + 1{,}2y$

Restricciones:
-“ Un pintor necesita pintura para pintar como mínimo una superficie de 480m^2”.

$$6X + 8Y \geq 480$$

-“. Ningún proveedor le puede suministrar más de 75 kg de pintura”

$$0 \leq X \leq 75 \text{ y } 0 \leq Y \leq 75$$

-“ el presupuesto máximo del pintor es de 120 euros”

$$X + 1{,}2 \cdot Y \geq 120$$

-“Condiciones mínimas”

$$Y > 0 \qquad X > 0$$

Resumiendo

$$\begin{cases} 6X + 8Y \geq 480 \\ 0 \leq X \leq 75 \\ 0 \leq Y \leq 75 \\ X + 1{,}2Y \leq 120 \\ X \geq 0 \\ Y \geq 0 \end{cases}$$

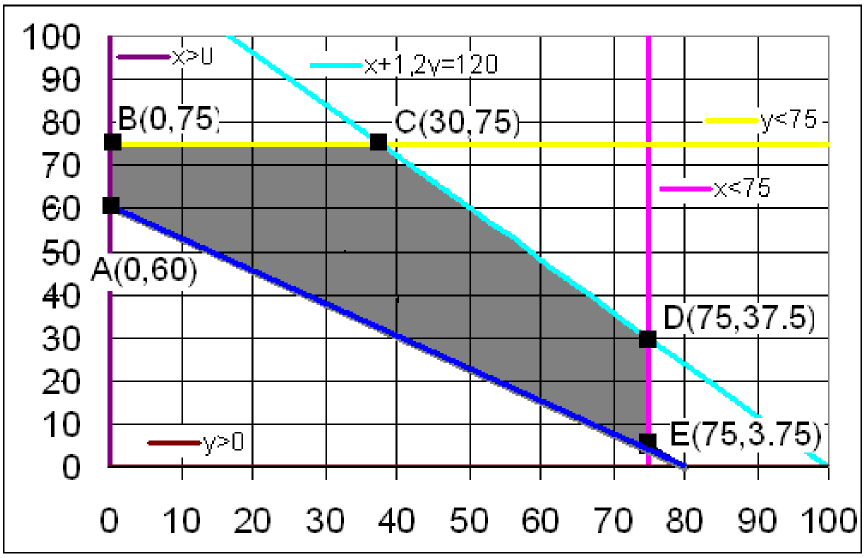
Los puntos de corte se resuelven mediante la resolución de sistemas entre las inecuaciones de las restricciones:

PTO A: $\begin{cases} x = 0 \\ 6x + 8y = 480 \end{cases} \rightarrow 8y = 480 \rightarrow y = 6 \rightarrow Pto.A(0{,}60)$

PTO B: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 75 \end{cases} \rightarrow Pto.B(0{,}75)$

PTO C: $\begin{cases} x + 1{,}2y = 120 \\ x = 75 \end{cases} \rightarrow 75 + 1{,}2 \cdot y = 120 \rightarrow 1{,}2y = 45 \rightarrow y = 37{,}5 \quad Pto.C(75{,}37{,}5)$

PTO D: $\begin{cases} x = 75 \\ 6x + 8y = 480 \end{cases} \rightarrow 6 \cdot 75 + 8y = 480 \rightarrow y = \dfrac{480 - 450}{8} = 3.75 \rightarrow Pto.D(75{,}3{,}75)$



GRAFICA

	X	Y	$F(x,y)=1x+1{,}2y$
$\{Pto.A(0{,}60)$	0	60	$F(x,y)=1 \cdot 0+1{,}2 \cdot 60=72$
$\{Pto.B(0{,}75)$	0	75	$F(x,y)=1 \cdot 0+1{,}2 \cdot 75=90$
$\{Pto.C(30{,}75)$	30	75	$F(x,y)=1 \cdot 30+1{,}2 \cdot 75=30+90=120$
$\{Pto.D(75.37{,}5)$	75	37.5	$F(x,y)=1 \cdot 75+1{,}2 \cdot 37{,}5=75+45=120$
$\{Pto.E(75.3{,}75)$	75	3.75	$F(x,y)=1 \cdot 75+1{,}2 \cdot 3{,}75=75+4{,}5=79{,}5$

La solución válida son las coordenadas del punto $\{Pto.A(0{,}60)$ con un valor de 72€, que se obtiene invirtiendo ningún kg de pintura del tipo A y 60 kg de pintura del tipo B.

EJERCICIO 2.(Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-a \ si & x\le -1 \\ -3x^2+b\, si & -1<x<1 \\ \log x+a \ si & x\ge 1 \end{cases}$$

a) Calcúlense a y b para que la función f sea continua en todos los puntos.
b) Para a=0 y b=3, represéntese gráficamente la función f.
c) Para a=0, b=3, calcúlense la integral definida $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

SOLUCION

a)La función es continua en todos los números reales, excepto en los puntos x=o y x=3, donde estudiaremos la continuidad por separado.

1) Para x=-1

$$f(-1)=\lim_{x\to -1^-} f(x)=\lim_{x\to -1^+} f(x)$$

$$f(x)=\begin{cases} f(-1)=2\cdot(-1)^2-a=2-a \\ \lim_{x\to -1^-} f(x)=\lim_{x\to -1^-}\left(2\cdot(-1)^2-a\right)=2-a \\ \lim_{x\to -1^+} f(x)=\lim_{x\to -1}\left(-3\cdot(-1)^2+b\right)=-3+b \end{cases} \Rightarrow$$

Es Continua si $2-a=-3+b \Rightarrow -a-b=-5 \Rightarrow a+b=5$

2) Para x=1

$$f(1)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x)$$

$$f(x)=\begin{cases} f1=\log 1+a=0+a=a \\ \lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}\left(-3x^2+b\right)=-3\cdot 1^2+b \\ \lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\left(\log x+a\right)=\log 1+a=0+a=a \end{cases} \Rightarrow a=-3+b$$

Es Continua si $a-b=-3$

Teniendo en cuenta ambas condiciones, realizamos un sistema, para hallar a y b:

$$\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=-3 \end{cases} \to \begin{matrix} a=5-b \\ a=-3+b \end{matrix} \to 5-b=-3+b \to -2b=-8 \to b=4$$

$a=5-b=5-4=1 \to a=1$

la función resulta

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-1 \ \ si & x\le -1 \\ -3x^2+4\,si & -1<x<1 \\ \log x+1 \ \ si & x\ge 1 \end{cases}$$

b) Para a=0 y b=3, represéntese gráficamente la función f

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-1 \ \ si & x\le -1 \\ -3x^2+4\,si & -1<x<1 \\ \log x+1 \ \ si & x\ge 1 \end{cases}$$

Representamos las funciones teniendo en cuenta los puntos de discontinuidad.

TABLA DE VALORES

$f(x)=2x^2-1$

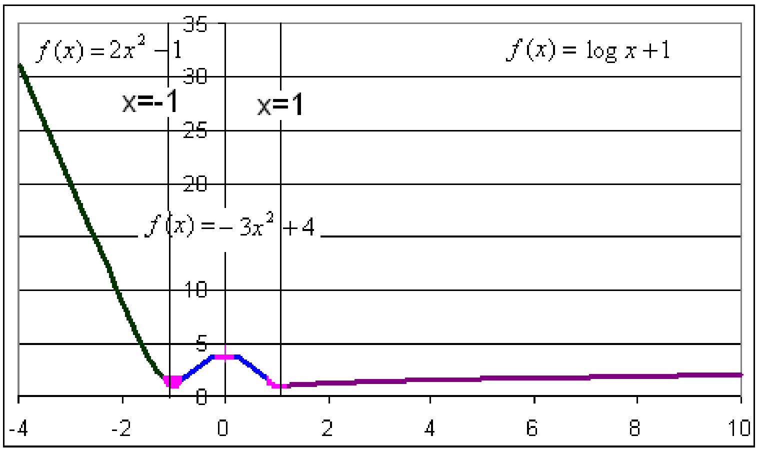
x	-4	-3	-2	-1
y	31	17	7	1

$f(x)=-3x^2+4$

x	-1	0	1
y	1	4	1

$f(x)=\log x+1$

x	1	2	3	4	10
y	1	1,3	1,5	1,6	2



c) Para a=0, b=3, calcúlense la integral definida $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-1 \ \ si & x\le -1 \\ -3x^2+4\,si & -1<x<1 \\ \log x+1 \ \ si & x\ge 1 \end{cases}$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx=\int_{-1}^{1}\left(-3x^2+1\right)dx=\left[\frac{-3x^3}{3}+3x\right]_{-1}^{1}=\left[x^3+3x\right]_{-1}^{1}$$

$$=\left[\left(1^3+3\cdot 1\right)-\left((-1)^3+3\cdot(-1)\right)\right]=4-(-4)=4+4=8 \quad u^2$$

Ejercicio 3.(Puntuación máxima: 2 puntos)

Se consideran los siguientes sucesos:

* Suceso A: La economía de un cierto país está en recesión.

* Suceso B: Un indicador económico muestra que la economía de dicho país está en recesión.

Se sabe que:

$$P(A) = 0{,}005 \quad P\left(B/A\right) = 0{,}95 \quad P\left(\overline{B}/\overline{A}\right) = 0{,}96$$

a)Calcúlense la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país no está en recesión y además la economía del país esté en recesión.

b)Calcúlese la probabilidad de que el indicador económico muestre que la economía del país está en recesión.

NOTA.- La notación $\overline{A}$ representa el suceso complementario de A.

SOLUCION

a) $P\left(A \cap \overline{B}\right) = P(A)\cdot P\left(\overline{B}/A\right) = P(A)\cdot\left(1 - P\left(B/A\right)\right) = 0.005\cdot(1 - 0{,}95) = 0{,}00025 = 0{,}025\%$

b) $P(B) = \left(P(A \cap B) \cup P\left(\overline{A} \cap B\right)\right) = P(A \cap B) + P\left(\overline{A} \cap B\right) = \left(P(A)\cdot P\left(B/A\right)\right) + P(\overline{A})\cdot P\left(B/\overline{A}\right) =$

$\left(P(A)\cdot P\left(B/A\right)\right) + (1 - P(A))\cdot\left(1 - P\left(\overline{B}/\overline{A}\right)\right) = 0{,}005\cdot 0{,}95 + (1 - 0{,}005)\cdot(1 - 0.96) =$

$= 0{,}00475 + 0{,}995\cdot 0{,}04 = 0{,}00475 + 0{,}0398 = 0{,}04455 = 4{,}45\%$

Ejercicio 4.(Puntuación máxima: 2 puntos)

Para estudiar la media de una población con distribución normal de desviación típica igual a 5, se ha extraído una muestra aleatoria simple de tamaño 100, con la que se ha obtenido el intervalo de confianza (173,42 ; 176,56) para dicha población.

a) Calcúlese la media de la muestra seleccionada

b) Calcúlese el nivel de confianza del intervalo obtenido.

SOLUCION

a) La media la calculamos, hallando la media aritmética de los extremos del intervalo del enunciado: $\overline{X_0} = \frac{173,42+176,56}{2} = 174,99$

b) $Amplitud = 2 \cdot Error \Rightarrow Error = \frac{Amplitud}{2} = \frac{176,56-173,42}{2} = \frac{3,14}{2} = 1,57$

$$Error \quad máximo > \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow 1,57 = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot 5}{\sqrt{100}}\right) \Rightarrow 1,57 = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot 5}{10}\right) \Rightarrow 1,57 = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{2}\right) \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 3,14$$

$$Z_{\alpha/2} = 3,14 \Rightarrow \left(1-\frac{\alpha}{2}\right) = \phi\left(Z_{\alpha/2} = 3,14\right) = 0,9992$$

$$\Rightarrow \left(1-\frac{\alpha}{2}\right) = 0,9992 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,9992 \rightarrow \alpha = 2 \cdot (1-0,9992) = 2 \cdot 0,0008 = 0,0016$$

$$Nivel \quad de \quad Confianza \Rightarrow 1-\alpha = 1-0,0016 = 0,9984 \Rightarrow 99;84\%$$