

INDICE ALGEBRA

1.-POLINOMIOS

División de polinomios:

2.-METODO DE RUFFINI

3.-PROBLEMAS SOBRE RUFFINI

4.-FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS:

Descompón en factores y simplifica las siguientes fracciones

5a.-OPERA Y SIMPLIFICA I:

5b.-OPERA Y SIMPLIFICA II:

5c.-OPERA Y SIMPLIFICA III:

6.-ECUACIONES CON RADICALES:

Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales I:

Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales II:

7.-ECUACIONES BICUADRADAS

8a.-INECUACIONES I

8b.-INECUACIONES II

9.-METODO DE GAUSS

9^a.-Resuelve estos sistemas de ecuaciones mediante el método de Gauss.

10.-PROBLEMAS CON SISTEMAS DE TRES ECUACIONES CON TRES INCOGNITAS.

ALGEBRA

1.-POLINOMIOS

División de polinomios:

$$(3x^4 - x^2 - 1):(x-1)$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 0x^3 - x^2 + 0x - 1 \quad | \quad x-1 \\ \underline{-3x^4 - 3x^3} \\ -3x^3 - x^2 + 0x - 1 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ 2x^2 + 0x - 1 \\ \underline{-2x^2 - 2x} \\ -2x - 1 \\ \underline{2x + 2} \\ 1 \end{array}$$

$$(5x^4 - 3x^3 - 4x + 2):(x^2 - 1)$$

$$\begin{array}{r} 5x^4 - 3x^3 + 0x^2 - 4x + 2 \quad | \quad x^2 - 1 \\ \underline{-5x^4 + 5x^2} \\ -3x^3 + 5x^2 - 4x + 2 \\ \underline{+ 3x^3 + 3x} \\ +5x^2 - x + 2 \\ \underline{-5x^2 + 5} \\ -x + 7 \end{array}$$

2.-METODO DE RUFFINI

Halla el cociente y el resto de cada división utilizando el método de Ruffini:

$$1.- (x^3 - x^2 + 11x - 10):(x - 2)$$

.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 11 & -10 \\ 2 & & 2 & 2 & 26 \\ \hline & 1 & 1 & 13 & 16 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Cociente: } x^2 + x + 13 \\ \text{Re sto: } 16 \end{array}$$

2.- $(x^4 + 8x^3 - 12x^2 - 3x + 10) : (x + 3)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 8 & -12 & -3 & 10 \\ -3 & & -3 & -15 & 81 & 234 \\ \hline & 1 & 5 & -27 & 78 & 244 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Cociente: } x^3 + 5x^2 - 27x + 78 \\ \text{Re sto: } 244 \end{array}$$

3.- $(x^5 - 32) : (x - 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 2 & & 10 & 20 & 40 & 80 & 160 \\ \hline & 5 & 10 & 20 & 40 & 80 & 128 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Cociente: } 5x^4 + 10x^3 + 20x^2 + 40x + 80 \\ \text{Re sto: } 128 \end{array}$$

3.-PROBLEMAS SOBRE RUFFINI

Calcula el resto, sin efectuar la división, de los siguientes ejercicios:

$$(x^3 - x^2 + 11x - 10) : (x + 1) \rightarrow$$

$$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + 11(-1) - 10 = -1 - 1 - 11 - 10 = -23$$

$$(x^4 - 2x^3 + 11x - 8) : (x + 2) \rightarrow$$

$$P(-2) = (-2)^4 - (-2)^3 + 11(-2) - 8 = 16 - 8 - 22 - 8 = -24$$

$$(x^3 - x^2 + 11x - 10) : (x + 1) \rightarrow$$

$$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + 11(-1) - 10 = -1 - 1 - 11 - 10 = -23$$

Calcula, en cada caso, el valor de m para que las siguientes divisiones sean exactas:

.

$$(2x^3 - 9x^2 + 2x + m) : (x - 4) \rightarrow$$

$$P(4) = 2 \cdot 4^3 - 9 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + m = 0 \rightarrow 128 - 144 + 8 - m = 0 \rightarrow -8 - m = 0 \rightarrow m = 8$$

$$(x^4 + 3x^3 + 6x + m) : (x - 1) \rightarrow$$

$$P(1) = 1^4 + 3 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1 + m = 0 \rightarrow 1 + 3 + 6 + m = 0 \rightarrow -4 - m = 0 \rightarrow m = 4$$

$$(4x^3 - 3x^2 + 2m - 5) : (x + 3) \rightarrow$$

$$P(-3) = 4 \cdot (-3)^3 - 3 \cdot (-3)^2 + 2m - 5 = 0 \rightarrow -108 - 27 + 2m - 5 = 0 \rightarrow -140 - 2m = 0 \rightarrow m = 70$$

Encontrar el valor de k para que al dividir $2x^2 - kx + 2$ por $(x - 2)$ dé de resto 6.

$$P(x) = 2x^2 - kx + 2 \rightarrow P(2) = 2 \cdot 2^2 - k \cdot 2 + 2 = 6 \rightarrow 10 - 2k = 6 \rightarrow k = 2$$

Determinar el valor de m para que $3x^2 + mx + 4$ tenga como una de sus raíces $x = 1$.

$$P(x) = 3x^2 + mx + 4 \rightarrow P(1) = 3 \cdot 1^2 + m \cdot 1 + 4 = 0 \rightarrow 2 + m + 4 = 0 \rightarrow m = -6$$

Hallar un polinomio de cuarto grado que sea divisible por $x^2 - 4$ y se anule para $x = 3$ y $x = -1$.

$$P(x) = (x^2 - 4)(x - 3)(x + 1) = (x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 4x^2 + 8x + 12 = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$$

Calcular el valor de a para que el polinomio $x^3 - ax + 4$ tenga la raíz $x = -1$ y calcular las otras raíces.

$$P(x) = x^3 - ax + 4 \rightarrow P(-1) = (-1)^3 - a \cdot (-1) + 4 = 0 \rightarrow -1 - a + 4 = 0 \rightarrow a = -5$$

$$x^3 + 5x^2 + 4x = x \cdot (x^2 + 5x + 4) = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 4)$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \\ x_2 = \frac{-5 - 3}{2} = -4 \end{cases}$$

Polinomio: $(x^3 + 5x^2 + 4x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 4)$ y las raíces son: $x = -1$ y $x = -4$

Calcula a y b para que $P(x) = 4x^3 + 2x^2 + bx + a$ sea divisible por $x + 3$ y por $x - 1$.

$$P(x) = 4x^3 + 2x^2 + bx + a \rightarrow P(-3) = 4 \cdot (-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 + (-3)b + a = 0 \rightarrow -108 + 18 - 3b + a = 0$$

$$P(x) = 4x^3 + 2x^2 + bx + a \rightarrow P(1) = 4 \cdot (1)^3 + 2 \cdot (1)^2 + (1)b + a = 0 \rightarrow 4 + 2 + b + a = 0 \rightarrow 6 + b + a = 0$$

∴

$$\begin{cases} 3b + a = 90 \\ b + a = -6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} - \\ + \end{array} \rightarrow 43 + a = -6 \rightarrow a = -49$$
$$2b = 84 \rightarrow b = 42$$

4.-FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS:

Descompón en factores los siguientes polinomios:

$$x^4 - 5ax^2 = x^2 \cdot (x^2 - 5a)$$

$$4x^2 - 9 = (2x - 3) \cdot (2x + 3)$$

$$9x^3 - 3x = 3x \cdot (3x^2 - 1)$$

$$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2)$$

$$x^2 - x - 6 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -2 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 6 = \boxed{(x - 3) \cdot (x + 2)}$$

$$(x^4 - 3x^3 + 6x - 4) \rightarrow \text{Ruffini}$$

Divisores posibles: 1, (-1), 2, (-2), 4, (-4).

	1	-3	0	6	-4
1		1	-2	-2	4
<hr/>					
	1	-2	-2	4	0
2		2	0	-4	
<hr/>					
	1	0	-2	0	
2		2	2		
<hr/>					
	1	2	0		

\Rightarrow Factores: $\boxed{(x - 2)^2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 1)}$

Saca factor común y utiliza los productos notables para factorizar los polinomios siguientes:

$$x^3 - x = x \cdot (x^2 - 1) = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$$

$$4x^4 - 16x^2 = x^2 \cdot (4x^2 - 16) = x^2 \cdot (2x - 4) \cdot (2x + 4)$$

$$5x^3 - 45x = 5x \cdot (x^2 - 9) = 5x \cdot (x - 3) \cdot (x + 3)$$

.

$$3x^2 + 30x + 75 = 3 \cdot (x^2 - 10x + 25)^* = 3 \cdot (x - 5)^2$$

$$* x^2 - 10x + 25 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} = \frac{10 \pm 0}{2} = 5$$

$$2x^4 - 2x^3 - 18x^2 + 18x = 2x \cdot (x^3 - x^2 - 18x + 18)^* = 2x \cdot (x - 3\sqrt{2})^2$$

$$* (x^2 - 18) = 0 \rightarrow x^2 = 18 \rightarrow x = \sqrt{18} \rightarrow x = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$x^3 - 10x^2 + 16x = x \cdot (x^2 - 10x + 16)^* = x \cdot (x - 8) \cdot (x - 2)$$

$$* x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2} = 5 \pm 3 =$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x_1 &= 5 + 3 = 8 \\ x_2 &= 5 - 3 = 2 \end{aligned}$$

$$x^5 - 16x = x \cdot (x^4 - 16) = x \cdot (x^2 - 4) \cdot (x^2 + 4) = x \cdot (x - 4) \cdot (x + 4) \cdot (x^2 + 4)$$

Descompón en factores y simplifica las siguientes fracciones

$$\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1}$$

$$\frac{x^2-4}{x^2+4x+4} = \frac{x^2-2^2}{x^2+4x+4} = \frac{(x-2) \cdot (x+2)}{(x+2)^2} = \frac{x-2}{x+2}$$

$$\frac{x^2+x}{x^2+2x+1} = \frac{x \cdot (x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{x^2+x-6}{x-2} = \frac{x^2+x-6}{x-2} = \frac{(x-2) \cdot (x+3)}{x-2} = (x+3)$$

$$* x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(-6) \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= \frac{-1+5}{2} = -3 \\ x_2 &= \frac{-1-5}{2} = -3 \end{aligned}$$

$$\frac{4x^2a}{12xya^2} = \frac{x}{3ya}$$

$$\frac{ax-bx}{a-b} = \frac{x \cdot (a-b)}{a-b} = x$$

.

$$\frac{mx - my}{ax - ay} = \frac{m \cdot (x - y)}{a \cdot (x - y)} = \frac{m}{a}$$

$$\frac{(a - b)^2}{a^2 - b^2} = \frac{(a - b)^2}{(a - b) \cdot (a + b)} = \frac{a - b}{a + b}$$

$$\frac{x^2 - 5x + 4^*}{x^3 - 3x + 2^{**}} = \frac{(x + 2) \cdot (x - 1)}{(x - 1)^2 \cdot (x + 2)} = \frac{1}{x - 1} = (x - 1)^{-1}$$

$$^* x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{-1 + 3}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-1 - 3}{2} = -2 \end{matrix}$$

$$^{**} x^3 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline (x-1)^2 \cdot (x+2) & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & & 1 & 2 & \\ \hline & 1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$\frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 1} = \frac{x \cdot (x + 1)}{(x + 1)^2} = \frac{x}{x + 1}$$

5a.-OPERA Y SIMPLIFICA I:

$$\frac{3}{x} : \frac{x - 3}{x} = \frac{3 \cdot x}{x \cdot (x - 3)} = \frac{3}{x - 3}$$

$$\frac{x + 1}{3} : \frac{15}{x^2 - 1} = \frac{15 \cdot (x + 1)}{3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)} = \frac{5}{x - 1}$$

$$\frac{x - 2}{x} : \left(\frac{x - 2}{x} \right)^2 = \frac{(x - 2) \cdot x^2}{x \cdot (x - 2)^2} = \frac{x}{x - 2}$$

5b.-OPERA Y SIMPLIFICA II:

.

$$\left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}\right) : \frac{x}{x+1} = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{(x-1)(x+1)}\right) : \frac{x}{x+1} = \left(\frac{(x+1)-2x}{(x-1)(x+1)}\right) : \frac{x}{x+1} =$$
$$\frac{-x+1}{(x-1)(x+1)} : \frac{x}{x+1} = \frac{(-1)(x-1)(x+1)}{x \cdot (x-1)(x+1)} = \frac{-1}{x}$$

$$\left[\left(1 - \frac{1}{x}\right) : \left(1 + \frac{1}{x}\right)\right] : (x^2 - 1) = \left(\frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x}\right) : (x^2 - 1) = \left(\frac{(x-1)x}{x^2}\right) : (x^2 - 1) = \frac{(x-1)x}{x^2 \cdot (x-1)(x+1)} =$$
$$= \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}\right) : \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) = \left(\frac{(x-1)-(x+1)}{(x-1)(x+1)}\right) : \left(\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)}\right) = \left(\frac{x-1-x-1}{(x-1)(x+1)}\right) : \left(\frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)}\right) =$$
$$= \left(\frac{-2}{(x-1)(x+1)}\right) : \left(\frac{2}{(x-1)(x+1)}\right) = \frac{(-2)(x-1)(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = -1$$

$$\left(\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2}\right) : \left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2}\right) = \left(\frac{(x-2)^2 - (x-3)^2}{(x-3)(x-2)}\right) : \left(\frac{(x-2)^2 - (x-3)^2}{(x-3)(x-2)}\right) =$$
$$= \left[\frac{((x-2)^2 - (x-3)^2)((x-3)(x-2))}{((x-2)^2 - (x-3)^2)((x-3)(x-2))}\right] = 1$$

5c.-OPERA Y SIMPLIFICA III:

$$\frac{(2x+3)(x+1) - (x^2+3x+11)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x+3x+3-x^2-3x-11}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-8}{(x+1)^2} = \frac{\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{7}{2}\right)}{(x+1)^2}$$

$$*x^2+2x-8=0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(-8)1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-1 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2}$$
$$x_2 = \frac{-1-6}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\frac{(2x+3)(x+1) - (x^2+3x)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x+3x+3-x^2-3x}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$$

$$*x^2+2x+3=0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{-8}}{2} = \frac{-1 \pm 2\sqrt{2}i}{2}$$

.

$$\frac{3x^2 \cdot (x^2 + 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{3x^4 + 3x^2 - 2x^4}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^4 + 3x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 \cdot (x^2 + 3)}{(x^2 + 1)^2}$$

6.-ECUACIONES CON RADICALES:

Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales I:

$$\sqrt{5x+6} = 3+2x \rightarrow (\sqrt{5x+6})^2 = (3+2x)^2 \rightarrow 5x+6=9+12x+4x^2 \rightarrow -4x^2-12x-9+5x+6=0$$

$$-4x^2 - 7x - 3 = 0 \rightarrow (x-1) \left(x - \frac{3}{4} \right) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{3}{4} \end{matrix}$$

$$* -4x^2 - 7x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(-4)(-3)}}{2 \cdot (-4)} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{-8} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{-8} = \frac{-7 \pm 1}{-8} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{-7+1}{-8} = \frac{3}{4} \\ x_2 = \frac{-7-1}{-8} = 1 \end{matrix}$$

$$x + \sqrt{7-3x} = 1 \rightarrow (\sqrt{7-3x})^2 = (1-x)^2 \rightarrow 7-3x=1-2x+x^2 \rightarrow -x^2+2x-1-3x+7=0$$

$$-x^2 - x + 6 = 0 \rightarrow (x-2) \cdot (x+3) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{matrix}$$

$$* x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(-6)1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 \end{matrix}$$

$$\sqrt{3x+4} + 2x - 4 = 0 \rightarrow (\sqrt{3x+4})^2 = (4-2x)^2 \rightarrow 3x+4=16-16x+4x^2 \rightarrow -4x^2+16x-16+3x+4=0$$

$$-4x^2 + 19x - 12 = 0 \rightarrow \left(x + \frac{3}{4} \right) \cdot (x+4) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x_1 = -4 \\ x_2 = -\frac{3}{4} \end{matrix}$$

$$* -4x^2 + 19x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-(19) \pm \sqrt{(19)^2 - 4(-4)(-12)}}{2 \cdot (-4)} = \frac{19 \pm \sqrt{169}}{-8} = \frac{19 \pm 13}{-8} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{19+13}{-8} = -4 \\ x_2 = \frac{19-13}{-8} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4} \end{matrix}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales II:

.

$$\sqrt{2-5x} + x\sqrt{3} = 0 \rightarrow (\sqrt{2-5x})^2 = (-x\sqrt{3})^2 \rightarrow 2-5x = 3x^2 \rightarrow -3x^2 + 5x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$\left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot (x+1) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{2}{3} \end{matrix}$$

$$* -3x^2 + 5x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(-3)(-2)}}{2(-3)} = \frac{-5 \pm \sqrt{125-24}}{-6} = \frac{-5 \pm 1}{-6} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{-5+1}{-6} = \frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{-5-1}{-6} = -1 \end{matrix}$$

$$\sqrt{x^2+3} - \sqrt{3-x} = 0 \rightarrow (\sqrt{x^2+3})^2 = (\sqrt{3-x})^2 \rightarrow x^2+3 = 3-x \rightarrow x^2+x-3+3 = 0 \rightarrow x^2+x = 0$$

$$x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{matrix}$$

$$\sqrt{2x} + \sqrt{5x-6} = 4 \rightarrow (\sqrt{5x-6})^2 = (4-\sqrt{2x})^2 \rightarrow 5x-6 = 16+2x-8\sqrt{2x} \rightarrow \frac{5x-2x-6-16}{-8} = \sqrt{2x} \rightarrow$$

$$\left(\frac{3x-22}{-8}\right)^2 = (\sqrt{2x})^2 \rightarrow \frac{(3x-22)^2}{(-8)^2} = 2x \rightarrow \frac{9x^2+484-132x}{64} = 2x \rightarrow 9x^2+484-132x = 128x \rightarrow$$

$$9x^2 - 260x + 484 = 0 \rightarrow \left(x - \frac{242}{9}\right) \cdot (x-2) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = 80,67 \end{matrix}$$

$$* 9x^2 - 260x + 484 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-260) \pm \sqrt{(-260)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 484}}{2 \cdot 9} = \frac{260 \pm \sqrt{67600 - 17424}}{18} = \frac{260 \pm \sqrt{50176}}{18} =$$

$$= \frac{260 \pm 224}{18} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{260+224}{18} = \frac{484}{18} = \frac{242}{9} \approx 80,67 \\ x_2 = \frac{260-224}{18} = 2 \end{matrix}$$

7.-ECUACIONES BICUADRADAS

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \rightarrow x^2 = y \rightarrow y^2 - 5y + 4 = 0 \rightarrow y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} =$$

$$= \frac{5 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{matrix} y_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow (x^2 = y) \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \rightarrow \begin{matrix} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{matrix} \\ y_2 = \frac{5-3}{2} = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm 1 \rightarrow \begin{matrix} x_3 = -1 \\ x_4 = 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

.

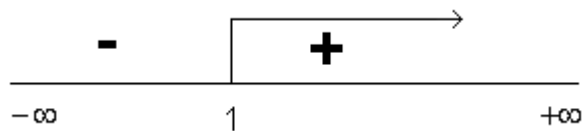
$$9x^4 - 46x^2 + 5 = 0 \rightarrow x^2 = y \rightarrow 9y^2 - 46y + 5 = 0 \rightarrow y = \frac{-(-46) \pm \sqrt{(-46)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 5}}{2 \cdot 9} = \frac{46 \pm \sqrt{2116 - 180}}{18} =$$

$$y_1 = \frac{46 + 44}{18} = \frac{90}{18} = 5 \rightarrow (x^2 = y) \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = -\sqrt{5} \\ x_2 = +\sqrt{5} \end{matrix}$$

$$= \frac{46 \pm \sqrt{1936}}{18} = \frac{46 \pm 44}{18} \rightarrow y_2 = \frac{46 - 44}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{9}} = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = \pm\frac{1}{3} \rightarrow \begin{matrix} x_3 = -\frac{1}{3} \\ x_4 = \frac{1}{3} \end{matrix}$$

8a.-INECUACIONES I

$$5 \cdot (2+x) > -5x \rightarrow 10+5x > -5x \rightarrow 10x > -10 \rightarrow x > \frac{-10}{10} \rightarrow x > -1$$



Solución $(1; +\infty)$

$$x^2 - 5x + 4 > 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow (x-4)(x-1) > 0 \rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{matrix}$$

	1	4	
$x > 4$	-	-	+
$x > 1$	-	+	+
Solución:	+	-	+

Solución $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$

8b.-INECUACIONES II

.

$$1. \frac{3x-1}{x^2-4} \geq 0 \rightarrow \frac{3x-1}{x^2-4} = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \rightarrow x = \frac{1}{3} \\ x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \rightarrow \begin{matrix} x_2 = -2 \\ x_3 = 2 \end{matrix} \end{cases}$$

$$\frac{3x-1}{x^2-4} \geq 0 \rightarrow \frac{\left(x - \frac{1}{3}\right)}{(x-2)(x+2)} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{1}{3} \\ x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \\ x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \end{cases}$$

	-2	$\frac{1}{3}$	2
$x \geq -2$	-	+	+
$x \geq \frac{1}{3}$	-	-	+
$x \geq 2$	-	-	+
Solución:	-	+	+

Solución $\left[-2; \frac{1}{3}\right] \cup [2; +\infty)$

$$2. \frac{(4x-3)(3x+1)}{(2x-3)(x+2)} \leq 0 \rightarrow \frac{(4x-3)(3x+1)}{(2x-3)(x+2)} = 0 \rightarrow \begin{cases} 4x-3=0 \rightarrow x_1 = \frac{3}{4} \\ 3x+1=0 \rightarrow x_2 = -\frac{1}{3} \\ 2x-3=0 \rightarrow x_3 = \frac{3}{2} \\ x+2=0 \rightarrow x_4 = -2 \end{cases}$$

$$\frac{(4x-3)(3x+1)}{(2x-3)(x+2)} \leq 0 \rightarrow \frac{\left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)}{\left(x - \frac{3}{2}\right)(x+2)} \leq 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 \leq \frac{3}{4} \\ x_2 \leq -\frac{1}{3} \\ x_3 \leq \frac{3}{2} \\ x_4 \leq -2 \end{cases}$$

	-2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
$x_4 \leq -2$	+	-	-	-
$x_2 \leq -\frac{1}{3}$	+	+	-	-
$x_1 \leq \frac{3}{4}$	+	+	+	-
$x_3 \leq \frac{3}{2}$	+	+	+	+
Solución:	+	-	+	-

Solución $(-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$

$$3. -\frac{(4x-1)(2x-1)}{x+2} \leq 1 \rightarrow \frac{(4x-1)(2x-1)}{x+2} - 1 = 0 \rightarrow \frac{8x^2 - 4x - 2x + 1 - x - 2}{x+2} = 0 \rightarrow 8x^2 - 7x - 1 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-1)}}{2 \cdot 8} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{16} = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{16} = \frac{7 \pm 9}{16} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7+9}{16} = \frac{16}{16} = 1 \\ x_2 = \frac{7-9}{16} = \frac{-2}{16} = -\frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\frac{(4x-1)(2x-1)}{x+2} \leq 1 \rightarrow \frac{(x-1)\left(x+\frac{1}{8}\right)}{(x+2)} \leq 0 \rightarrow \begin{cases} x+\frac{1}{8} \leq 0 \rightarrow x \leq -\frac{1}{8} \\ x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \\ x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \end{cases}$$

	-2	$-\frac{1}{8}$	1
$x \leq -2$	+	-	-
$x \leq -\frac{1}{8}$	+	+	-
$x \leq 1$	+	+	-
Solución:	+	-	+

Solución $(-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1}{8}; 1\right)$

.

9.-METODO DE GAUSS

I.-Resuelve estos sistemas de ecuaciones mediante el método de Gauss.

$$a) \begin{cases} x+y+z=2 \\ 3x-2y-z=4 \\ -2x+y+2z=2 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = E_2 - 3E_1} \begin{cases} x+y+z=2 \\ 0x-5y-4z=-2 \\ -2x+y+2z=2 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 + 2E_1} \begin{cases} x+y+z=2 \\ 0x-5y-4z=-2 \\ 0x+3y-5z=6 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = E_2 \cdot (-1)} \begin{cases} x+y+z=2 \\ 0x-5y-4z=2 \\ 0x+3y-5z=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 0x+5y+4z=2 \\ 0x+3y-5z=6 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = 5E_3 + 2E_2} \begin{cases} x+y+z=2 \\ 0x+5y+4z=4 \\ 0x+0y+8z=24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = \frac{24}{8} = 3 \\ 5y+4z=4 \rightarrow y = \frac{2-4 \cdot 3}{5} = -2 \\ x+y+z=2 \rightarrow x = 2 - (-2) - 3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 0x-y+z=1 \\ x-2y-z=2 \\ 3x-y+z=3 \end{cases} \xrightarrow{E_2 \leftrightarrow E_1} \begin{cases} x-2y-z=2 \\ 0x-y+z=1 \\ 3x-y+z=3 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 - 3E_1} \begin{cases} x-2y-z=2 \\ 0x-y+z=1 \\ 0x+5y+4z=-3 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 + 5E_2} \begin{cases} x-2y-z=2 \\ 0x-y+z=1 \\ 0x+5y+4z=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y-z=2 \\ 0x-y+z=1 \\ 0x+0y+9z=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-2y-z=2 \\ -y+z=1 \\ z = \frac{2}{9} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = z - 1 = \frac{2}{9} - 1 = -\frac{7}{9} \\ x = 2y + z + 2 = 2 \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) + \frac{2}{9} + 2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{7}{9} \\ z = \frac{2}{9} \end{cases}$$

.

$$c) \begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ 6x-6y+2z=-16 \\ x-y+2z=-6 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = \frac{1}{2} \cdot E_2} \begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ 3x-3y+z=-8 \\ x-y+2z=-6 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = E_2 - 3E_1} \begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ 0x+0y-5z=10 \\ x-y+2z=-6 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 - 3E_1} \begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ 0x+0y-5z=10 \\ x-y+2z=-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ 0x+0y-5z=10 \\ 0x+7y-7z=21 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = \frac{1}{-5} E_2} \begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ 0x+0y+z=-2 \\ 0x+y-z=3 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = \frac{1}{7} E_3} \begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ 0x+0y+z=-2 \\ 0x+y-z=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+4y-z=3 \\ z=-2 \\ y=3+z=3-2=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3-2-4 \cdot 1}{3} = \frac{-3}{3} = -1 \\ z = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \Rightarrow \text{Sistema Compatible Determinada (S.C.D.)} \\ z = -2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y-z=-4 \\ 3x+y+z=8 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = E_2 - E_1} \begin{cases} x+y+z=6 \\ 0x-2y-2z=-10 \\ 3x+y+z=8 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 - 3E_1} \begin{cases} x+y+z=6 \\ 0x-2y-2z=-10 \\ 0x-2y-2z=-10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ 0x-2y-2z=-10 \end{cases}$$

\Rightarrow Sistema Compatible Indeterminada (S.C.I.)

Tenemos dos ecuaciones con tres incógnitas, el sistema tendrá infinitas soluciones.

$$e) \begin{cases} 3x-4y+2z=1 \\ -2x-3y+z=2 \\ 3x-y+z=5 \end{cases} \xrightarrow{E_1 = E_1 - 2E_2} \begin{cases} 7x+2y+0z=-9 \\ -2x-3y+z=2 \\ 3x-y+z=5 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = E_2 - E_3} \begin{cases} -7x+2y+0z=-9 \\ -7x-2y+0z=-3 \\ 3x-y+z=5 \end{cases}$$

\Rightarrow Sistema Indeterminada (S.I.)

Las dos primeras ecuaciones son contradictorias. Si se cumple la primera ecuación, no se puede cumplir la segunda.

$$f) \begin{cases} x-2y+0z=-3 \\ -2x+3y+z=4 \\ 2x+y-5z=4 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = E_2 + 2E_1} \begin{cases} x-2y+0z=-3 \\ 0x-y+z=-2 \\ 2x+y-5z=4 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 - 2E_1} \begin{cases} x-2y+0z=-3 \\ 0x-y+z=-2 \\ 0x+5y-5z=-10 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 + 5E_2} \begin{cases} x-2y+0z=-3 \\ 0x-y+z=-2 \\ 0x+5y-5z=-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y+0z=-3 \\ 0x-y+z=-2 \\ 0x+0y+0z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-2y+0z=-3 \\ -y+z=-2 \end{cases}$$

\Rightarrow Sistema Compatible Indeterminada (S.C.I.)

Tenemos dos ecuaciones con tres incógnitas, el sistema tendrá infinitas soluciones.

.

$$g) \begin{cases} 2x+5y+0z=16 \\ x+3y-2z=-2 \\ x+0y+z=4 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = E_2 + 2E_3} \begin{cases} 2x+5y+0z=16 \\ 3x+3y+0z=6 \\ x+0y+z=4 \end{cases} \xrightarrow{E_2 = \frac{1}{3}E_2} \begin{cases} 2x+5y+0z=16 \\ x+y-5z=2 \\ x+0y+z=4 \end{cases} \xrightarrow{E_1 = E_1 - 5E_2}$$

$$\begin{cases} -3x+0y+0z=6 \\ x+y+0z=2 \\ x+0y+z=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x+y=2 \\ x+z=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2+2=4 \\ x+z=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \\ z=4-x=4-(-2)=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \\ z=6 \end{cases} \Rightarrow \text{Sistema Compatible Determinada (S.C.D.)}$$

10.-PROBLEMAS CON SISTEMAS DE TRES ECUACIONES CON TRES INCOGNITAS.

1.-En cierta estantería hay libros de texto, novelas y cuentos. Hay tantas novelas como libros de texto y de cuentos juntos y el número de cuentos es el triple que los libros de texto. En total hay en la estantería 176 libros. ¿Cuántos son de cada clase?

$$\begin{cases} x = \text{libros de texto} \\ y = \text{novelas} \\ z = \text{cuentos} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y+z \\ z = 3y \\ x+y+z = 176 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y+3y \\ x+y+3y = 176 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4y \\ x+4y = 176 \end{cases} \rightarrow 4y+4y = 176 \rightarrow 8y = 176 \rightarrow y = 22$$

$$x = 4y = 4 \cdot 22 = 88$$

$$z = 3y = 3 \cdot 22 = 66$$

En total hay 88 libros de texto, 22 novelas y 66 cuentos.

2.-Halla un número de tres cifras sabiendo que estas suman 9, si del número dado se le resta el que le resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198, y que la cifra de las decenas es media aritmética de las otras dos.

$$\begin{cases} x = \text{unidades} \\ y = \text{decenas} \\ z = \text{centenas} \end{cases}$$

·

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y+z=9 \\ x+10y+100z-(z+10y+100x)=98 \\ y=\frac{x+z}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=9 \\ -99x+99z=198 \\ 2y=x+z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=9 & E_1 \leftrightarrow E_2 \\ -x+0y+z=2 \rightarrow \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+0y+z=2 & E_2 = E_2 + E_1 \\ x+y+z=9 \rightarrow \\ x-2y+z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x+0y+z=2 & E_3 = E_3 + E_1 \\ 0x+y+2z=11 \rightarrow \\ x-2y+z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x+0y+z=2 & E_3 = \frac{1}{2} \cdot E_3 \\ 0x+y+2z=11 \rightarrow \\ 0x-2y+2z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+0y+z=2 & E_3 = E_3 + E_2 \\ 0x+y+2z=11 \rightarrow \\ 0x-y+z=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x+0y+z=2 \\ 0x+y+2z=11 \rightarrow \\ 0x+0y+3z=12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z=\frac{12}{3}=4 \\ y=11-2z \rightarrow \\ -x+z=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z=4 \\ y=11-2 \cdot 4=3 \rightarrow \\ x=z-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=4 \\ y=3 \\ x=4-2=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \text{unidades} = 2 \\ y = \text{decenas} = 3 \Rightarrow \text{El número es } 432. \\ z = \text{centenas} = 4 \end{cases}$$

3.-Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 euros y un total de 2000€. Si el número de billetes de 10€ es el doble que el número de billetes de 20€, averigua cuántos billetes hay de cada tipo

$$\begin{cases} x = \text{billete } 10\text{€} \\ y = \text{billete } 20\text{€} \\ z = \text{billete } 50\text{€} \end{cases}$$

.

$$\begin{cases} x + y + z = 95 \\ 10x + 20y + 50z = 2000 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 95 \\ x + 2y + 5z = 200 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y + y + z = 95 \\ 2y + 2y + 5z = 200 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3y + z = 95 \rightarrow z = 95 - 3y \\ 4y + 5z = 200 \end{cases} \rightarrow$$

$$4y + 5(95 - 3y) = 200 \rightarrow 4y + 475 - 15y = 200 \rightarrow -11y = -275 \rightarrow y = \frac{-275}{-11} = 25$$

$$\begin{cases} y = 25 \\ z = 95 - 3y \rightarrow z = 95 - 3 \cdot 25 = 95 - 75 = 20 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 \text{ billetes de } 10\text{€} \\ y = 25 \text{ billetes de } 20\text{€} \\ z = 20 \text{ billetes de } 50\text{€} \end{cases}$$

$x = 2y \rightarrow x = 2 \cdot 25 = 50$

<http://apruebalasmates.blogspot.com>